

日期: 2020/12/29(二) 上機考: Open Book
授課教師: 吳漢銘 (臺北大學統計學系副教授)

請仔細閱讀每一個注意事項 (禁止討論)

1. 考試期間

- (a) 請按照平時上課之座位入座。若同學右邊有人，則該同學應使用隔板 (或拿包包擋著)。
- (b) 可參考課本、上課講義 (包含電子檔) 及其它資料，但不能與別人討論。
- (c) 可使用計算機、自己的筆記型電腦及平板電腦，不可使用手機。
- (d) 全程可上網查詢，但不能用通訊軟體 FB/LINE 等討論。
- (e) 有問題者，請舉手發問。勿與同學交談。
- (f) 不按照規定作答者，酌量扣分。
- (g) 不可使用它人之隨身碟。「作弊」或「疑似作弊」，往後各項考試不予評分。
- (h) 程式請隨時存檔，避免突然意外發生，程式檔不見。

2. 下載題目卷，上傳答題檔案:

- (a) 於課程網站下載題目卷。
- (b) 上傳答題檔案: 於課程網站上登入 [作業考試上傳區]，帳號: r1091。密碼: xxxxx。
- (c) 上傳答題檔案時，請注意「正確目錄」。
- (d) 答題是從「Console」複製程式執行過程及結果，然後貼到答題案。
- (e) 若傳錯，請最終要上傳一份正確的的答題檔案。
- (f) 請上傳「學號-姓名-R-exam3.txt」。(學號及姓名，改成自己)
- (g) 若上傳檔案格式錯誤，內容亂碼，空檔等等問題。請自行負責。
- (h) 若要重覆上傳 (第 2 次以上)，請在檔名最後加「-2」、「-3」，例如: 「學號-姓名-R-exam3-2.txt」等等。
- (i) 上傳兩次 (含) 以上、格式不合等等酌量扣分。

3. 完成考試: 上傳完畢，確認檔案大小無誤，關閉電腦後，即可離席。

我已經仔細閱讀上述各注意事項，若有違背，會自行負責。

R: 程式設計

1. 對一個在閉區間 $[a, b]$ 有定義的實數函數 f ，定義其黎曼和 (Riemann sum) 為以下式子:

$$S_P = \sum_{i=1}^n f(c_i) \Delta x_i, \quad \text{其中}$$

- $P = \{x_0 = a, x_1, \dots, x_{n-1}, x_n = b\}$ 為 $[a, b]$ 之分割 (partition),
- $\Delta x_i = x_i - x_{i-1}, i = 1, \dots, n,$
- $c_i \in [x_{i-1}, x_i], i = 1, \dots, n,$ 常用的三種不同取法如下:
 - (i) 若 $c_i = x_{i-1}$ ，則 S_P 稱為下和 (lower sum)。
 - (ii) 若 $c_i = x_i$ ，則 S_P 稱為上和 (upper sum)。
 - (iii) 若 $c_i = (x_{i-1} + x_i)/2$ ，則 S_P 稱為使用子區間中點之和 (sums using the midpoints of each subinterval)。

今給定一函數 $f(x) = x^2 - 1$ 定義在 $[0, 2]$ 上，將 $[0, 2]$ 等距分割成 $n = 200$ 個子區間，(亦即 $\Delta x_i = (b - a)/n$)。試寫一 R 函式 (命名 `RiemannSum` 如下)，計算三種黎曼和。

(提示: 先產生數列 $\{x_0, x_1, \dots, x_n\}$ ，再計算不同取法的 c_i 及 $f(c_i)$)

```
RiemannSum <- function(f, a, b, n){
  ...
}

> RiemannSum(f = myf, a = 0, b = 2, n = 200)
$lower.sum
[1] 0.6467

$upper.sum
[1] 0.6867

$sum.midpoints
[1] 0.66665
```

2. 一袋中有 6 顆白球 4 顆紅球，隨機從中抽取 3 球 (取出不放回)，若 $P(A)$ 代表抽中 2 顆白球及 1 顆紅球的機率，試求 $P(A)$ 。

sol:

$$P(A) = \frac{C_2^6 C_1^4}{C_3^{10}} = \frac{1}{2}.$$

小明想要以程式方式模擬抽球來計算此機率。

- (a) 若設定 `set.seed(123456)`，列出「一袋中有 6 顆白球 4 顆紅球，隨機從中抽取 3 球」實驗一次的結果，並計數印出白球及紅球各出現之個數。
- (b) 同上小題，重覆上述實驗 10 次，計數並印出白球及紅球各出現之個數，如下。

```
> DrawResult
  白球 紅球
1     1    2
2     2    1
3     2    1
4     2    1
5     0    3
6     1    2
7     2    1
8     2    1
9     1    2
10    1    2
```

- (c) 同上小題，重覆上述實驗 100 次，計算抽中 2 顆白球及 1 顆紅球的機率。