

7-1 習題提示

21.  $y = x^3 - 1$  反解  $x = ? y$

22. 同 21

33. 觀察  $x$  範圍，先反解得到反函數後即可得反函數之定義域

37. 反函數部分同前，可對反函數微分或利用反函數微分定理

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\frac{dx}{dy}}$$

38. 同 37

41. 利用反函數微分定理

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\frac{dx}{dy}}$$

7-2

2. 利用對數的運算性質  $\log_a b + \log_a c = \log_a bc$   $\log_a b^c = c \log_a b$ ,  $\log_a b -$

$\log_a c = \log_a \frac{b}{c}$  等等

3. 同 2

8,15,22 直接微分，注意 chain rule, Product Rule, Quotient Rule 即可

35. 使用微積分第二基本定理。

38. 可直接積分或令  $y=3x-2$  後變數代換

44. 令  $y=\ln x$  後變數代換

45. 同 44

52. 令  $y = 1 + \sqrt{x}$  後變數代換

55,62,67  $y=f(x)$  左右同時取對數後同時微分，注意左邊為  $\frac{1}{y} * y'$

7-3

2,4 兩邊同時取對數使  $e$  消失後即可求解

9.14.20 直接微分即可，注意 chain rule

24.使用微積分第二基本定理即可

25.左右同微分即可，注意 chain rule .

28.同 25

33.將  $8e^{x+1}$  視為  $8e(e^x)$  即可

41.令  $y=1/x$  變數代換

43.令  $y = \tan \theta$  做變數代換

49.令  $y = 1 + e^r$

50.同除  $e^x$  後令  $y = 1 + e^{-x}$

57.  $5^{\sqrt{s}} = e^{\ln 5^{\sqrt{s}}}$  微分

72.使用對數換底公式  $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$  後微分

81.同 72

85.利用  $\frac{d}{dx} a^x = a^x * \ln a$

91.令  $y = x^{2x}$  變數代換

96.直接積分即可

99.將  $\log_2 x$  換底後再令  $y = \ln x$  變數代換即可

106 換底後令  $y = \ln x$  變數代換即可

111,116 使用  $a=e^{\ln a}$

118.左右同取  $\ln$  後微分，注意 chain rule

7-5

5,8,14,20,27,29 皆為 $\frac{0}{0}$ 的形式，直接做即可

34. 為 $\frac{\infty}{\infty}$  直接做

41. 通分後即可

46. 原式可改為 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{e^x}$

48. 直接使用 L'Hôpital'

53. 令 $f(x) = \ln x^{\frac{1}{x}}$ 後，左右同取 ln

58. 同 53

59.  $x^x = e^{x \ln x} = e^{\frac{\ln x}{\frac{1}{x}}}$

60. 左右同取 ln

62. 左右同取 ln

73. 直接做即可

7-6 習題提示

22.  $\cos^{-1}\left(\frac{1}{x}\right) = \sec^{-1}x$

33.41.42 直接微分，注意 chain rule

30.  $\csc^{-1}(t^{2/3})$

44. 整理成  $\frac{1}{2} \int \frac{2}{\sqrt{1-(2x)^2}}$  令  $u=2x$

46. 整理成  $\frac{1}{3} \int \frac{1}{\sqrt{3^2+x^2}}$

47. 令  $u = 5x$

63. 令  $u = e^x$

68. 將  $2x - x^2$  配方

72. 將  $y^2 + 6y + 10$  配方

79. 將  $x^2 + 2x$  配方後 令  $y = x + 1$

83. 令  $u = \sin^{-1}x$

86. 令  $u = \sin^{-1}y$

習題解答:

7-1

$$21. f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x+1}$$

$$22. f^{-1}(x) = 1 + \sqrt{x}$$

$$33. f^{-1}(x) = 1 - \sqrt{x+1} \text{ domain: } [-1, \infty) \text{ range: } (-\infty, 1]$$

$$37. -4, -\frac{1}{4}$$

$$38. 20, \frac{1}{20}$$

$$41. \frac{1}{9}$$

7-2

$$2. (a) \ln 3 - \ln 2 \quad (b) 2 \ln 2 - \ln 3 \quad (c) -\ln 2 \quad (d) 2 \ln 5 + 2 \ln 7 \quad (e) \ln 7 - 3 \ln 5 \quad (f) \frac{1}{2}$$

$$3. (a) \ln 5 \quad (b) \ln(x-3) \quad (c) \ln(t^2)$$

$$8. \frac{3}{2t}$$

$$15. (\ln t)^2 + 2 \ln t$$

$$22. 1 - \frac{\ln x}{(1+\ln x)^2}$$

$$35. 2x \ln|x| - x \ln \frac{|x|}{\sqrt{2}}$$

$$38. \ln \frac{2}{5}$$

$$44. \ln 2$$

$$45. \frac{1}{\ln 4}$$

$$52. \ln 2$$

$$53. \ln(1 + \sqrt{x}) + C$$

$$55. \frac{2x+1}{2\sqrt{x(x+1)}}$$

$$62. -\frac{3t^2+6t+2}{(t^3+3t^2+2t)^2}$$

$$67. y' = \frac{1}{3} \sqrt[3]{\frac{x(x+1)(x-2)}{(x^2+1)(2x+3)}} \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-2} - \frac{2x}{x^2+1} - \frac{2}{2x+3} \right)$$

7-3

2.(a)  $t = -100 \ln 1000$  (b)  $t = -\frac{\ln 10}{k}$  (c)  $t = -1$

4.  $t = x^2 + 2x + 1$

9.  $x e^x$

14.  $\frac{1}{\theta} - 1$

20.  $\frac{1}{2\theta(1+\theta^2)}$

24.  $4x e^{2x} - 8e^{\sqrt[4]{x}}$

25.  $\frac{y e^y \cos x}{1 - y e^y \sin x}$

28.  $\frac{(x e^x + 1) \cos^2 y}{x}$

33.  $8e^{(x+1)} + C$

41.  $-e^{\frac{1}{x}} + C$

43.  $e$

49.  $\ln(1 + e^r) + C$

50.  $-\ln(e^{-x} + 1) + C$

57.  $\left(\frac{\ln 5}{2\sqrt{s}}\right) 5^{\sqrt{s}}$

72.  $\frac{2 \ln r}{r(\ln 3)(\ln 9)}$

81.  $\frac{1}{t}$

85.  $\frac{1}{2 \ln 2}$

91. 32760

96.  $\frac{1}{\ln 2}$

99.  $2(\ln 2)^2$

106.  $-\frac{(\ln 8)^2}{\ln x} + C$

107.  $\ln(\ln x) \quad x > 1$

111.  $(x + 1)^x \left[ \frac{x}{x+1} + \ln(x + 1) \right]$

116.  $x^{\sin x} \left[ \frac{\sin x + x(\ln x)(\cos x)}{x} \right]$  118.  $\left( \frac{\ln(\ln x) + 1}{x} \right) (\ln x)^{\ln x}$

7-5

$5.\frac{1}{2}$

8.-10

$14.\frac{5}{2}$

$20.\frac{1}{1+\pi}$

27. $\ln 3$

$29.\frac{1}{\ln 2}$

34.1

$41.-\frac{1}{2}$

46.0

48.1

53.1

$58.e^2$

59.1

60.1

62.1

73. $\infty$

7-6

$$9. \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$12. -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$22. \frac{1}{|x|\sqrt{x^2-1}}$$

$$30. -6/(t * \text{sqrt}(t^4 - 9))$$

$$33. \frac{1}{(\tan^{-1} x)(1+x^2)}$$

$$41. \sin^{-1} x$$

$$42. -\tan^{-1}\left(\frac{x}{2}\right)$$

$$44. \frac{1}{2} \sin^{-1}(2x) + C$$

$$46. \frac{\sqrt{3}}{9} \tan^{-1}\left(\frac{x}{\sqrt{3}}\right) + C$$

$$47. \frac{1}{\sqrt{2}} \sec^{-1} \left| \frac{5x}{\sqrt{2}} \right| + C$$

$$63. \frac{\pi}{12}$$

$$68. \sin^{-1}(x - 1) + C$$

$$72. \tan^{-1}(y + 3) + C$$

$$79. \sec^{-1}|x + 1| + C$$

$$83. \frac{(\sin^{-1} x)^3}{3} + C$$

$$86. \ln|\sin^{-1} y| + C$$